

แบบฝึกหัด 1.1

1. มีถนนจากกรุงเทพฯ ถึงลพบุรี 3 สาย และมีถนนจากลพบุรีถึงนครราชสีมา 4 สาย ถ้าจะขับรถยนต์จากกรุงเทพฯ ถึงนครราชสีมา โดยขับผ่านจังหวัดลพบุรี จะใช้เส้นทางที่ต่างกันได้ทั้งหมดกี่เส้นทาง เขียนแผนภาพแสดงการเดินทางเพื่อประกอบคำตอบด้วย

2. เมื่อโยนเหรียญหนึ่งเหรียญ เหรียญอาจขึ้นหัวหรือก้อยก็ได้ ถ้าโยนเหรียญบาท 3 เหรียญจะได้ผลที่แตกต่างกันทั้งหมดกี่วิธี อะไรบ้าง เขียนแผนภาพต้นไม้เพื่อแสดงคำตอบด้วย

3. บริษัทผู้ผลิตเสื้อผ้าสำเร็จรูปบริษัทหนึ่งผลิตเสื้อ 4 แบบ แต่ละแบบมี 6 สี และแต่ละสีมีขนาดต่างกัน 3 ขนาด ถ้าจะจัดเข้าตู้โชว์หน้าร้านให้ครบทุกแบบ ทุกสีและทุกขนาดจะต้องใช้เสื้อทั้งหมดกี่ตัว

4. ข้อสอบประเภทให้เลือกตอบว่าจริงหรือเท็จชุดหนึ่งมี 10 ข้อ นักเรียนที่ทำข้อสอบนี้จะมีวิธีตอบข้อสอบชุดนี้ได้แตกต่างกันวิธี สมมุติว่าต้องตอบคำถามทุกข้อโดยไม่มีการเว้น

5. หมายเลขโทรศัพท์ซึ่งประกอบด้วยเลขโดด 9 ตัว และห้าตัวแรกเป็น 02392 ที่ได้ทั้งหมดกี่หมายเลข

6. สนามกีฬาแห่งหนึ่งมีประตูอยู่ 4 ประตู ถ้าจะเข้าประตูหนึ่งแล้วออกอีกประตูหนึ่งไม่ให้ซ้ำกับประตูที่เข้ามา จะมีวิธีเข้าและออกจากสนามกีฬาแห่งนี้ได้ทั้งหมดกี่วิธี

7. ในการทอดลูกเต๋าสองลูกพร้อม ๆ กัน จงหาจำนวนวิธีที่จะได้ผลลัพธ์เหล่านี้

- 1) จำนวนแต้มตรงกัน
- 2) ผลรวมของแต้มเท่ากับสิบ
- 3) จำนวนแต้มต่างกัน
- 4) ผลรวมของแตมน้อยกว่าสิบ

8. จงหาว่า จากเลขโดด 0 – 9 จะมีวิธีเขียนตัวเลขแสดงจำนวนต่อไปนี้ได้กี่วิธี โดยให้เลขโดดในแต่ละหลักซ้ำกันได้

- 1) จำนวนเต็มบวกที่มีสี่หลัก
- 2) จำนวนคี่บวกที่มีสี่หลัก
- 3) จำนวนที่มีสี่หลักที่หลักหน่วยเป็นศูนย์

9. เดิมหมายเลขทะเบียนรถยนต์ในกรุงเทพมหานครประกอบด้วยตัวอักษรย่อ ชื่อจังหวัด พยัญชนะอีก 1 ตัว และเลขโดดตามหลังอีก 4 ตัว เช่น กท.อ. 0278 จงหาว่า กองทะเบียนจะใช้ระบบนี้ออกทะเบียนให้รถยนต์ได้ทั้งหมดกี่คัน (สมมุติว่าใช้พยัญชนะครบทุกตัว) และถ้ากองทะเบียนรถยนต์เปลี่ยนระบบออกทะเบียนรถยนต์โดยใช้ตัวเลข 1 ถึง 9 นำหน้าพยัญชนะ 1 ตัว และตามด้วยเลข โดด 4 ตัว เช่น 5ค - 5985 กรุงเทพมหานคร โดยวิธีนี้กองทะเบียนจะออกหมายเลขทะเบียนรถยนต์เพิ่มขึ้นจากเดิมเท่าไร

10. ถ้าเลขทะเบียนรถยนต์ในกรุงเทพมหานครประกอบด้วยพยัญชนะ 2 ตัว และตัวเลข 1 ถึง 4 หลัก ตัวอย่างเช่น

กข 1	กค 12	กง 123	กข 1234
------	-------	--------	---------

อยากรทราบว่าจะมีหมายเลขทะเบียนรถยนต์ที่แตกต่างกันทั้งหมดได้กี่เลขทะเบียน

11. จงหาว่า จะมีวิธีเขียนตัวเลขแสดงจำนวนที่มีสองหลักจากเลขโดด 1 - 7 ได้กี่วิธี

12. จงหาว่าจะมีวิธีเขียนตัวเลขแสดงจำนวนต่อไปนี้ได้กี่วิธี โดยใช้

- 1) เลขโดด 2 ถึง 9 เขียนตัวเลขแสดงจำนวนคู่ที่มีสามหลัก
- 2) เลขโดด 1 ถึง 8 เขียนตัวเลขแสดงจำนวนคี่ที่มีสี่หลัก

13. จงหาจำนวนวิธีที่ผลบวกของแต้มบนหน้าลูกเต๋าสามลูกมากกว่า 4 เมื่อทอดลูกเต๋าสามลูกพร้อมกัน

14. มีจำนวนนับที่มากกว่า 400 อยู่ที่จำนวนที่เป็นจำนวนไม่เกินสี่หลักและแต่ละหลักใช้เลขโดด 2, 3, 4 หรือ 5 โดยไม่มีเลขโดดซ้ำกัน

เฉลยแบบฝึกหัด 3.1

1. เส้นทางที่จะขับรถจากกรุงเทพฯ ถึงนครราชสีมาโดยผ่านลพบุรีที่ต่างกันมีทั้งหมด 3×4 หรือ 12

เส้นทาง

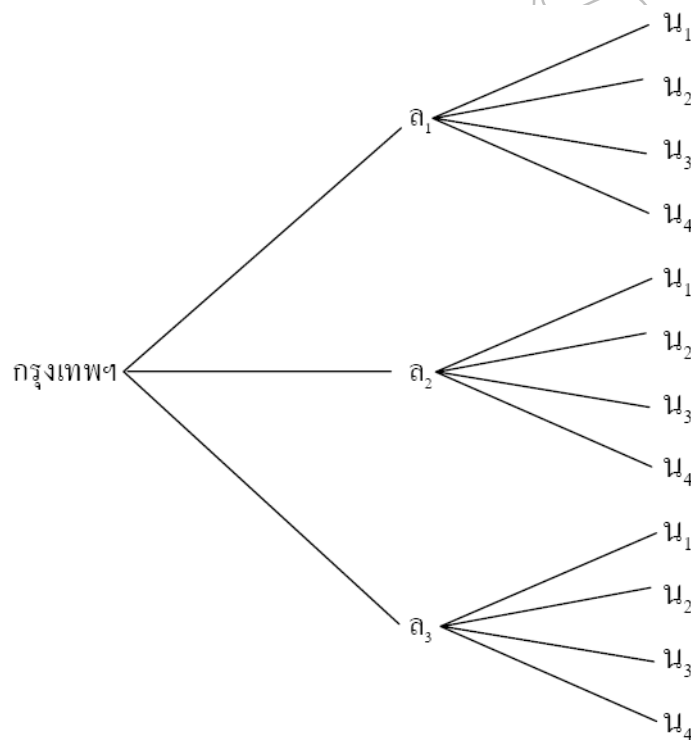
ใช้แผนภาพต้นไม้แสดงเส้นทางการเดินทางข้างต้นได้ดังนี้

ให้ $ล_1, ล_2$ และ $ล_3$ แทนถนนจากกรุงเทพฯ ถึงลพบุรีซึ่งมี 3 สาย

ให้ $น_1, น_2, น_3$ และ $น_4$ แทนถนนจากลพบุรีถึงนครราชสีมาซึ่งมี 4 สาย

จะเห็นได้ว่ามีวิธีเลือกเส้นทางจากกรุงเทพฯ ถึงนครราชสีมาโดยผ่านลพบุรีได้ทั้งหมด 12 วิธี คือ

$(ล_1, น_1), (ล_1, น_2), (ล_1, น_3), (ล_1, น_4), (ล_2, น_1), (ล_2, น_2), (ล_2, น_3), (ล_2, น_4), (ล_3, น_1), (ล_3, น_2),$
 $(ล_3, น_3), (ล_3, น_4)$

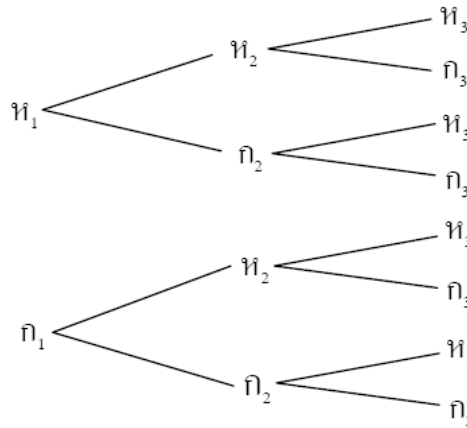


2. ให้ $ห_1, ห_2$ และ $ห_3$ แทนเหรียญที่ 1, 2 และ 3 ขึ้นหัว

$ก_1, ก_2$ และ $ก_3$ แทนเหรียญที่ 1, 2 และ 3 ขึ้นก้อย

ผลที่เกิดจากการโยนเหรียญแต่ละครั้งจะเป็นหัวหรือก้อย มี 2 วิธี

ดังนั้น การโยนเหรียญสามเหรียญจะได้ผลต่างกันทั้งหมด $2 \times 2 \times 2 = 8$ วิธี



3. ต้องใช้เส้นทั้งหมดเท่ากับ $4 \times 6 \times 3 = 72$ ตัว

4. คำตอบของข้อแรกมีวิธีให้เลือก 2 วิธี

ในแต่ละวิธีเลือกคำตอบข้อแรกจะมีวิธีเลือกคำตอบข้อสอง 2 วิธี

ในแต่ละวิธีที่เลือกคำตอบข้อแรกและข้อสองจะมีวิธีเลือกคำตอบข้อสามได้ 2 วิธี

ในแต่ละวิธีที่เลือกคำตอบข้อแรกถึงข้อสามจะมีวิธีเลือกคำตอบข้อสามได้ 2 วิธี

⋮ ⋮

ในแต่ละวิธีที่เลือกคำตอบข้อแรกถึงข้อเก้าจะมีวิธีเลือกคำตอบข้อสิบ 2 วิธี

ดังนั้น จะมีวิธีตอบข้อสอบชุดนี้ได้ต่าง ๆ กัน $2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2 = 2^{10} = 1024$ วิธี

5. หมายเลขโทรศัพท์ประกอบด้วยเลขโดด 9 ตัว ซึ่งได้แก่ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 และ 9

ตำแหน่งที่ 1 มีได้ 1 วิธีคือ เลขโดด 0

ตำแหน่งที่ 2 มีได้ 1 วิธีคือ เลขโดด 2

ตำแหน่งที่ 3 มีได้ 1 วิธีคือ เลขโดด 3

ตำแหน่งที่ 4 มีได้ 1 วิธีคือ เลขโดด 9

ตำแหน่งที่ 5 มีได้ 1 วิธีคือ เลขโดด 2

ตำแหน่งที่ 6, 7, 8 และ 9 แต่ละตำแหน่งอาจเป็นเลข โดดตัวใดตัวหนึ่งจาก 0 – 9 ซึ่งเป็นไปได้ 10 วิธี

ดังนั้น หมายเลขโทรศัพท์ที่ห้าตัวแรกเป็น 02392

มีได้ทั้งหมด $1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10,000$ หมายเลข

6. จำนวนวิธีที่จะเข้าสนามกีฬาโดยใช้ประตูใดประตูหนึ่ง มีได้ 4 วิธี
จำนวนวิธีที่จะออกจากสนามกีฬาโดยใช้ประตูที่ไม่ซ้ำกับประตูที่เข้ามา มีได้ 3 วิธี
ดังนั้น จำนวนวิธีเข้าและออกจากสนามกีฬาแห่งนี้มีได้ทั้งหมด $4 \times 3 = 12$ วิธี
7. 1) ผลที่ได้จากการทอดลูกเต๋าลูกแรกมี 6 วิธี คือ 1, 2, 3, 4, 5, 6 และในแต่ละวิธีของผลที่ได้จากการทอดลูกเต๋าลูกแรก จำนวนวิธีที่แต้มที่ได้ตรงกันมีได้ 1 วิธี
ดังนั้น วิธีที่จะให้จำนวนแต้มตรงกันมี $6 \times 1 = 6$ วิธี
- 2) การที่ผลรวมของแต้มบนหน้าลูกเต๋าสองลูกจะเท่ากับ 10 มี 3 วิธี คือ แต้มของลูกเต๋าลูกแรกเป็น 4, 5 หรือ 6 (เพราะแต้ม 1, 2, 3 ไม่มีโอกาสที่จะรวมกับแต้มของลูกที่สองแล้วเท่ากับ 10) และในแต่ละวิธีของการทอดลูกเต๋าลูกแรกจะได้ผลรวมของแต้มเท่ากับ 10 มีเพียง 1 วิธี คือ 4 และ 6, 5 และ 5, 6 และ 4
ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะได้ผลรวม ของแต้มเท่ากับสิบมีได้ 3 วิธี
- 3) ในแต่ละครั้งที่ปรากฏผลจากการทอดลูกสองลูกพร้อมกัน การที่แต้มของลูกเต๋าลูกที่สองจะต่างจากลูกแรกมีได้ 5 วิธี แต่เนื่องจากการทอดลูกเต๋าลูกแรกจะปรากฏผลได้ทั้งหมด 6 วิธี
ดังนั้น จำนวนวิธีที่แต้มของลูกเต๋าสองลูกต่างกันเท่ากับ $6 \times 5 = 30$ วิธี
- 4) จำนวนวิธีที่เกิดผลลัพธ์ทั้งหมดในการทอดลูกเต๋าลูก 2 ลูกมี 6×6 หรือ 36 วิธี
จำนวนวิธีทั้งหมดที่ผลรวมของแต้มเท่ากับสิบมี 3 วิธีคือ $4 + 6, 5 + 5, 6 + 4$
จำนวนวิธีทั้งหมดที่ผลรวมของแต้มเท่ากับสิบเอ็ดมี 2 วิธี คือ $5 + 6, 6 + 5$
จำนวนวิธีทั้งหมดที่ผลรวมของแต้มเท่ากับสิบสองมี 1 วิธี คือ $6 + 6$
จะได้ว่า จำนวนวิธีทั้งหมดที่จะได้ผลลัพธ์มากกว่าหรือเท่ากับสิบจะเท่ากับ $3 + 2 + 1$ หรือ 6 วิธี
ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะได้ผลรวมของแต้มน้อยกว่าสิบมี $36 - 6$ หรือ 30 วิธี
8. เลขโดดในหลักทั้งสี่ต่างเป็นสมาชิกของเซต $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
- 1) ในหลักพันจะมีเลข โดดที่เป็นไปได้ 9 วิธี คือ เป็นสมาชิกตัวใดตัวหนึ่งของเซต S ก็ได้ ยกเว้น 0
ในหลักร้อยจะมีเลข โดดที่เป็นไปได้ 10 วิธี คือ เป็นสมาชิกตัวใดตัวหนึ่งของเซต S
ในหลักสิบจะมีเลข โดดที่เป็นไปได้ 10 วิธี คือ เป็นสมาชิกตัวใดตัวหนึ่งของเซต S
ในหลักหน่วยจะมีเลข โดดที่เป็นไปได้ 10 วิธี คือ เป็นสมาชิกตัวใดตัวหนึ่งของเซต S
ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะเขียนจำนวนเต็มบวกซึ่งมีสี่หลัก
มีทั้งหมดเท่ากับ $9 \times 10 \times 10 \times 10$ หรือ 9,000 วิธี

2) จำนวนที่ใด ๆ จะต้องมีหลักหน่วยเป็น 1, 3, 5, 7, 9 ซึ่งมีได้ 5 วิธี
ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะเขียนจำนวนคี่บวกซึ่งเป็นจำนวนที่มีสี่หลัก
มีทั้งหมด $9 \times 10 \times 10 \times 5 = 4,500$ วิธี

3) จำนวนวิธีที่จะเขียนจำนวนเต็มบวกที่มีสี่หลักและมีหลักหน่วยเป็น 0
มีทั้งหมด $9 \times 10 \times 10 \times 1 = 900$ วิธี

9. ทะเบียนรถยนต์ประกอบด้วยพยัญชนะ 1 ตัว และเลขโดดอีก 4 ตัว
ดังนั้น จำนวนทะเบียนรถที่จะมีได้ทั้งหมด 44×10^4 ทะเบียน
แต่ถ้าคิดว่าหมายเลข 0000 ซึ่งมีทั้งหมด 44 รายการ กองทะเบียนจะไม่ออกทะเบียนให้ จะมี
ทะเบียนรถยนต์ได้ทั้งหมด $44(10^4 - 1)$ ทะเบียน

ในกรณีที่กองทะเบียนรถยนต์เปลี่ยนระบบใหม่โดยใช้ตัวเลข 1 ถึง 9 นำหน้าพยัญชนะและตามด้วย
เลขโดด 4 ตัว

ดังนั้น ในระบบใหม่กองทะเบียนจะออกทะเบียนได้ทั้งหมด $(9)(44)(10^4 - 1)$ ทะเบียน
นั่นคือ กองทะเบียนจะออกหมายเลขทะเบียนรถยนต์เพิ่มขึ้นจากเดิมได้

$$\begin{aligned} 9 \times 44(10^4 - 1) - 44(10^4 - 1) &= 44(10^4 - 1)(9 - 1) \\ &= 352(10^4 - 1) \text{ ทะเบียน} \\ &= 3,519,648 \text{ ทะเบียน} \end{aligned}$$

10. จำนวนทะเบียนที่มีตัวเลข 1 หลัก มีได้ 9 แบบ $(1 - 9)$
จำนวนทะเบียนที่มีตัวเลข 2 หลัก มีได้ 90 แบบ $(10 - 99)$
จำนวนทะเบียนที่มีตัวเลข 3 หลัก มีได้ 900 แบบ $(100 - 999)$
จำนวนทะเบียนที่มีตัวเลข 4 หลัก มีได้ 9000 แบบ $(1000 - 9999)$
ดังนั้น จำนวนหมายเลขทะเบียนที่แตกต่างกันมีได้ทั้งหมด $44 \times 44 \times 9999$
หรือ 19,358,064 ทะเบียน

11. มีวิธีเขียนจำนวนเต็มบวกที่มีสองหลักจากตัวเลข 1 ถึง 7 ได้ $7 \times 7 = 49$

12. 1) จำนวนคู่จะต้องมีหลักหน่วยเป็น 2, 4, 6, 8
เนื่องจากจำนวนคู่ที่ต้องการให้เลือกจากเลขโดด 2 - 9 ซึ่งมีทั้งหมด 8 ตัว
ดังนั้น การเขียนจำนวนคู่ซึ่งเป็นจำนวนเต็มบวกที่มีสามหลักจากเลขโดดที่กำหนดให้เขียนได้
ทั้งหมด $8 \times 8 \times 4 = 256$ วิธี

2) จำนวนที่จะต้องมีหลักหน่วยเป็น 1, 3, 5, 7

ดังนั้น การเขียนจำนวนที่ซึ่งเป็นจำนวนเต็มบวกที่มีสี่หลักจากเลขโดดที่กำหนดให้เขียนได้ทั้งหมด

$$8 \times 8 \times 8 \times 4 = 2,048 \text{ วิธี}$$

13. จำนวนวิธีทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทอดลูกเต๋าสามลูก มีทั้งหมด $6 \times 6 \times 6$ หรือ 216 วิธี ผลบวกของแต้มบนหน้าลูกเต๋าทิ้งสามที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 4 มีทั้งหมด 4 วิธี ดังนี้

แต้มบนหน้าลูกเต๋า			ผลรวมของแต้ม
ลูกที่ 1	ลูกที่ 2	ลูกที่ 3	
1	1	1	3
1	1	2	4
1	2	1	4
2	1	1	4

ดังนั้น จำนวนวิธีที่ผลบวกของแต้มบนหน้าลูกเต๋าสองลูกมากกว่าสี่ เท่ากับ $216 - 4$ หรือ 212 วิธี

14. เนื่องจากจำนวนนับที่เป็นจำนวนสามหลักที่มากกว่า 400 จะต้องมีเลขโดดในหลักร้อยเป็น 4 หรือ 5 การเขียนจำนวนดังกล่าวมีได้ 2 วิธี

ดังนั้น จำนวนนับที่มีสามหลักที่ต้องการจะมีได้ $2 \times 3 \times 2 = 12$ จำนวน

จำนวนนับที่มีสี่หลักมีได้ $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ จำนวน

นั่นคือ จำนวนนับที่มากกว่า 400 และเป็นจำนวนไม่เกินสี่หลักตามต้องการ

มีทั้งหมด $12 + 24 = 36$ จำนวน
