ใบความรู้ที่ 4
เรื่อง ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

ความน่าจะเป็น เป็นจำนวนที่บอกให้ทราบว่าเหตุการณ์ที่เราสนใจมีโอกาสเกิดขึ้นมากน้อยเพียงใด วิธีที่จะหาคำตอบได้คือ ทำการทดลองสุ่มนั้นซ้ำหลายๆ ครั้ง เช่น สมมติว่า ในการโยนเหรียญ 1 อัน 100 ครั้ง เหรียญขึ้นหัว 46 ครั้ง และก้อย 54 ครั้ง อัตราส่วน $\frac{46}{100}$ ซึ่งเท่ากับ 0.46 หรือ 46% จะบอกให้ทราบว่า โอกาสที่เหรียญจะขึ้นหัวมีเท่าใด และเมื่อทำการทดลองมากขึ้น อัตราส่วนที่ได้ก็จะน่าเชื่อถือมากขึ้น

แต่อย่างไรก็ดี ไม่สามารถบอกได้แน่นอนว่า ควรทำการทดลองสุ่มนั้นๆ กี่ครั้ง จึงจะเหมาะสม เช่น 1,000 ครั้ง 2,000 ครั้ง หรือ 10,000 ครั้ง อีกทั้งการทดลองสุ่มหลายๆครั้ง ย่อมเสียเวลา และไม่สะดวก เราจึงใช้วิธีคำนวณจากแซมเปิลสเปซและเหตุการณ์ที่สนใจของการทดลองสุ่ม โดยหาอัตราส่วนระหว่างจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่สนใจกับจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ ทั้งนี้แซมเปิลสเปซที่ใช้ในการคำนวณนี้จะต้องประกอบด้วยสมาชิกที่มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่าๆกันเท่านั้น

บทนิยาม ถ้า $n(S)$ เป็นจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S ซึ่งประกอบด้วยสมาชิกที่มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่า ๆ กัน และ $n(E)$ เป็นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E ซึ่งเป็นสับเซตของ S แล้ว ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E เท่ากับ $\frac{n(E)}{n(S)}$ ซึ่งความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E เขียนแทนด้วย $P(E)$

$$\therefore \quad P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

ทั้งนี้บทนิยามนี้ ใช้คำนวณความน่าจะเป็นของเหตุการณ์จากแซมเปิลสเปซ ที่เป็นเซตจำกัดและสมาชิกแต่ละตัวมีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่าๆกัน เท่านั้น แต่อย่างไรก็ดี เหตุการณ์หลายเหตุการณ์ในชีวิตประจำวัน ไม่สะดวกที่จะใช้วิธีการที่กล่าวมา คำนวณหาความน่าจะเป็นได้ เช่น การหาความน่าจะเป็นที่จะมีฝนตกในแต่ละเดือนของปี ซึ่งในแต่ละเดือนโอกาสที่ฝนจะตกไม่เท่ากัน เป็นต้น ดังนั้น การหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ดังกล่าวจะต้องใช้วิธีการที่ซับซ้อนยิ่งขึ้น และใช้ข้อมูลจากการทดลองซ้ำกันหลายๆ ครั้ง หรือใช้การสุ่มตัวอย่าง เช่น บริษัทแห่งหนึ่งผลิตสินค้าได้วันละ 10,000 ชิ้น ถ้าต้องการทราบว่า ความน่าจะเป็นที่สินค้าที่ผลิตมาจะไม่ได้มาตรฐานเป็นเท่าใด อาจจะใช้วิธีการสุ่มตัวอย่างเพื่อหาว่าสินค้าที่สุ่มมาครั้งละ 100 ชิ้น มีสินค้าที่ไม่ได้มาตรฐานกี่ชิ้น ถ้าพบว่า มี 3 ชิ้น ที่ไม่ได้มาตรฐาน จะได้ว่า ความน่าจะเป็นที่สินค้าจะไม่ได้มาตรฐานเท่ากับ $\frac{3}{100}$ หรือ 3% เป็นต้น ซึ่งวิธีการสุ่มตัวอย่างดังกล่าวจะต้องอาศัยความรู้ในวิชาสถิติชั้นสูง ซึ่งจะไม่กล่าวในที่นี้

สมบัติที่สำคัญของความน่าจะเป็น มีดังนี้

1) ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E ใด ๆ มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 1 เสมอ นั่นคือ $0 \leq P(E) \leq 1$

2) ความน่าจะเป็นของแซมเปิลสเปซ S มีค่าเท่ากับ 1 นั่นคือ $P(S) = 1$

3) ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เป็นเซตว่างมีค่าเท่ากับ 0 นั่นคือ $P(\phi) = 0$

ตัวอย่างที่ 1 โยนลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็น

1.1) ที่ลูกเต๋าหงายแต้มเป็นจำนวนที่ 3 หารลงตัว

1.2) ที่ลูกเต๋าหงายแต้มมากกว่า 2

1.3) ที่ลูกเต๋าหงายแต้มเป็นจำนวนเฉพาะ

วิธีทำ โยนลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง จะได้แซมเปิลสเปซ ดังนี้

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$\therefore\ n(S) = 6$

1.1) ให้ E_1 แทน เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายแต้มเป็นจำนวนที่ 3 หารลงตัว

$\therefore\ E_1 = \{3, 6\}\ ,\ n(E_1) = 2$

จาก $P(E) = \dfrac{n(E)}{n(S)}$

แทนค่า $P(E_1) = \dfrac{n(E_1)}{n(S)} = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$

1.2) ให้ E_2 แทน เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายแต้มมากกว่า 2

$\therefore\ E_2 = \{3, 4, 5, 6\}\ ,\ n(E_2) = 4$

$\therefore\ P(E_2) = \dfrac{n(E_2)}{n(S)} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$

1.3) ให้ E_3 แทน เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายแต้มเป็นจำนวนเฉพาะ

$\therefore\ E_3 = \{2, 3, 5\}\ ,\ n(E_3) = 3$

$\therefore\ P(E_3) = \dfrac{n(E_3)}{n(S)} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$

ตัวอย่างที่ 2 เรียงบัตร 3 ใบ คือ $\boxed{A}$ $\boxed{C}$ $\boxed{T}$ ให้เป็นคำต่าง ๆ จงหาความน่าจะเป็น ที่ได้คำที่มีความหมาย

วิธีทำ เรียงบัตร 3 ใบ ได้ดังนี้ ACT, ATC, TCA, CTA, CAT, TAC

$\therefore\ n(S) = 6$

ให้ A แทน เหตุการณ์ที่ได้คำที่มีความหมาย

$\therefore\ A = \{CAT\}\ ,\ n(A) = 1$

$\therefore\ P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)} = \dfrac{1}{6}$