

ใบความรู้ที่ 9

เรื่อง ค่ามาตรฐาน

ค่ามาตรฐาน เป็นค่าที่ใช้เปรียบเทียบค่าของข้อมูล ตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไป ที่มาจกข้อมูลคนละชุด ว่าข้อมูลใดมีคุณภาพดีกว่ากัน และยังเป็นพื้นฐานสำคัญที่จะนำไปใช้ในการหาพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติได้อีกวิธีหนึ่งด้วย

ความหมายของค่ามาตรฐาน

ค่ามาตรฐานเป็นค่าที่บอกให้ทราบว่า ความแตกต่างระหว่างค่าข้อมูลนั้นๆ กับค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนั้น เป็นกี่เท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ถ้า x_i เป็นค่าที่ i ของตัวแปร X แล้ว ค่ามาตรฐานของ x_i คือ

$$Z_i = \frac{x_i - \mu}{\sigma} \quad \text{เมื่อ } i = 1, 2, 3, \dots, N$$

โดยที่ x_i แทน ค่าที่ i ของตัวแปร X

μ แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของประชากร

σ แทนส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร

N แทนจำนวนประชากร

$$\text{หรือ } Z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s} \quad \text{เมื่อ } i = 1, 2, 3, \dots, n$$

โดยที่ x_i แทน ค่าที่ i ของตัวแปร X

\bar{x} แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของตัวอย่าง

s แทนส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวอย่าง

n แทนจำนวนตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 1 ในการสอบครั้งหนึ่ง ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบเป็น 500 และ 50 คะแนน ตามลำดับ ถ้าถือเกณฑ์ตัดสินว่าผู้ที่สอบได้ต้องได้คะแนนตั้งแต่ 600 คะแนนขึ้นไป อยากทราบว่า คนที่สอบได้นั้นต้องสอบได้ค่ามาตรฐานอย่างต่ำเป็นเท่าใด

วิธีทำ จาก
$$Z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$$

จากโจทย์ $\bar{x} = 500$, $s = 50$, $x_i = 600$

แทนค่า

$$Z_i = \frac{600 - 500}{50}$$

\therefore จะต้องได้ค่ามาตรฐานอย่างต่ำที่สุด 2.0 จึงจะสอบได้

ตัวอย่างที่ 2 คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 73 และ 16 คะแนน ตามลำดับ ถ้าค่ามาตรฐานของคะแนนสอบวิชานี้ของนักเรียนคนหนึ่งในห้องนี้ คือ 0.2 อยากทราบว่านักเรียนคนนี้สอบได้ที่คะแนน

วิธีทำ จาก
$$Z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$$

จากโจทย์ $\bar{x} = 73$, $s = 16$, $Z_i = 0.2$

แทนค่า

$$0.2 = \frac{x - 73}{16}$$

$$x = (0.2 \times 16) + 73 = 76.2$$

นั่นคือ นักเรียนคนนี้สอบวิชาคณิตศาสตร์ ได้ 76.2 คะแนน

การเปรียบเทียบค่าของข้อมูล โดยใช้ค่ามาตรฐาน

ค่ามาตรฐาน เป็นค่าที่ใช้เปรียบเทียบค่าของข้อมูล ตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไป ว่าข้อมูลตัวใดมีคุณภาพดีกว่ากัน เช่น ต้องการเปรียบเทียบผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ กับ ภาษาไทย ของนักเรียนคนหนึ่งโนชั้นเรียนว่า เขาจะเรียนวิชาใดได้ดีกว่า เราจะนำคะแนนที่นักเรียนคนนี้สอบได้มาเปรียบเทียบกันเลขย่อไม่ถูกต้องนัก ถึงแม้ว่าจะใช้คะแนนเต็มเท่ากันก็ตาม ทั้งนี้เพราะความยากง่ายของแต่ละวิชาต่างกัน ดังนั้นจึงจำเป็นที่จะแปลงคะแนนที่สอบได้ในแต่ละวิชา ให้เป็นค่ามาตรฐานเสียก่อน ถ้าค่ามาตรฐานวิชาใดสูงกว่า ถือว่าเขาสอบวิชานั้นได้ดีกว่า

ตัวอย่างที่ 3 ในการสอบคัดเลือกเข้าทำงานในหน่วยงานแห่งหนึ่ง ซึ่งมีวิชาที่ต้องสอบ 2 วิชาปรากฏว่าจากผู้สมัครทั้งหมดมีผู้ที่สอบได้คะแนนรวมกันสูงสุด 3 คน คือ นายมงคล, นางสาวนริรัตน์ และนายสุชาติ ซึ่งได้คะแนนในแต่ละวิชา ดังนี้

	วิชาที่ 1	วิชาที่ 2
นายมงคล	70	72
นางสาวนริรัตน์	80	65
นายสุชาติ	72	73
ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x})	75	70
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S)	5	10

ผู้ว่าหน่วยงานแห่งนี้ ต้องการรับเพียงคนเดียว และสำรองหนึ่งคน ผู้ที่จะได้รับการคัดเลือกไว้เป็น
ตัวจริง และตัวสำรองคือใคร

วิธีทำ

- หาค่ามาตรฐานในแต่ละวิชาของนายมงคล ได้ดังนี้

$$Z_1 = \frac{70 - 75}{5} = -1$$

$$Z_2 = \frac{72 - 70}{10} = 0.2$$

$$\therefore \text{ค่ามาตรฐานเฉลี่ยของนายมงคล} = \frac{-1 + 0.2}{2} = -0.4$$

- หาค่ามาตรฐานในแต่ละวิชาของนางสาวนารีรัตน์ ได้ดังนี้

$$Z_1 = \frac{80 - 75}{5} = 1$$

$$Z_2 = \frac{65 - 70}{10} = -0.5$$

$$\therefore \text{ค่ามาตรฐานเฉลี่ยของนางสาวนารีรัตน์} = \frac{1 - 0.5}{2} = 0.25$$

- หาค่ามาตรฐานในแต่ละวิชาของนายสุชาติ ได้ดังนี้

$$Z_1 = \frac{72 - 75}{5} = -0.6$$

$$Z_2 = \frac{73 - 70}{10} = 0.3$$

$$\therefore \text{ค่ามาตรฐานเฉลี่ยของนายสุชาติ} = \frac{-0.6 + 0.3}{2} = -0.15$$

\therefore ค่ามาตรฐาน (Z) ของนางสาวนารีรัตน์มากที่สุด และรองลงมาคือ นายสุชาติ

\therefore ตัวจริง คือ นางสาวนารีรัตน์ และตำรอง คือ นายสุชาติ

ตัวอย่างที่ 4 ในการสอบคัดเลือกเข้าเรียนต่อในสถาบันแห่งหนึ่ง วิชาที่ต้องสอบมี 3 วิชา คือ คณิตศาสตร์ ภาษาไทย และภาษาอังกฤษ นาย ก. นาย ข. และนาย ค. เข้าสอบได้คะแนน ดังนี้

	คณิตศาสตร์	ภาษาไทย	ภาษาอังกฤษ
นาย ก.	70	75	70
นาย ข.	75	75	65
นาย ค.	70	70	70
ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x})	70	80	70
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S)	5	5	10

จงเปรียบเทียบความสามารถในการเรียนของคนทั้งสาม

วิธีทำ - หาค่ามาตรฐานในแต่ละวิชาของนาย ก. ได้ดังนี้

$$Z_1 = \frac{70 - 70}{5} = 0$$

$$Z_2 = \frac{75 - 80}{5} = -1$$

$$Z_3 = \frac{70 - 70}{10} = 0$$

$$\therefore \text{ค่ามาตรฐานเฉลี่ยของนาย ก.} = \frac{0 - 1 + 0}{3} = -0.33$$

- หาค่ามาตรฐานในแต่ละวิชาของนาย ข. ได้ดังนี้

$$Z_1 = \frac{75 - 70}{5} = 1$$

$$Z_2 = \frac{75 - 80}{5} = -1$$

$$Z_3 = \frac{65 - 70}{10} = -0.5$$

$$\therefore \text{ค่ามาตรฐานเฉลี่ยของนาย ข.} = \frac{1 - 1 - 0.5}{3} = -0.17$$

- หาค่ามาตรฐานในแต่ละวิชาของนาย ค. ได้ดังนี้

$$Z_1 = \frac{70 - 70}{5} = 0$$

$$Z_2 = \frac{70 - 80}{5} = -2$$

$$Z_3 = \frac{70 - 70}{10} = 0$$

$$\therefore \text{ค่ามาตรฐานเฉลี่ยของนาย ค.} = \frac{0 - 2 - 0}{3} = -0.67$$

ค่ามาตรฐานของนาย ข. มีค่ามากที่สุด รองลงมา คือ นาย ก. และ นาย ค. ตามลำดับ แสดงว่า นาย ข. มีความสามารถในการเรียนมากที่สุด รองลงมา คือ นาย ก. และ นาย ค. ตามลำดับ

ข้อสังเกตเกี่ยวกับค่ามาตรฐาน

1. ค่ามาตรฐานของข้อมูลใด ๆ จะเป็นบวก ศูนย์ หรือลบก็ได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับค่าของข้อมูลนั้น ๆ กับค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนั้น ว่าค่าใดจะมากกว่ากัน
 2. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของค่ามาตรฐานเท่ากับศูนย์ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่ามาตรฐานเท่ากับ 1
 3. ค่ามาตรฐานของข้อมูลใด ๆ โดยทั่วไป จะมีค่าตั้งแต่ -3 ถึง $+3$ แต่อาจจะมี ค่ามาตรฐานของข้อมูลบางค่าที่สูงกว่า $+3$ หรือต่ำกว่า -3 เล็กน้อยก็ได้
 4. ค่ามาตรฐานไม่มีหน่วย
 5. ผลรวมของค่ามาตรฐานของข้อมูลชุดหนึ่ง ๆ จะเท่ากับศูนย์
-