ใบความรู้ที่ 4

เรื่อง การวัดค่ากลางของข้อมูล (ค่าเฉลี่ยเรขาคณิตและค่าเฉลี่ยฮาร์มอนิก)

ค่าเฉลี่ยเรขาคณิต

ถ้า $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_N$ เป็นข้อมูล N จำนวน ซึ่งเป็นจำนวนบวกทุกจำนวนและไม่มีจำนวนใด จำนวนหนึ่งมีค่าเท่ากับ 0

ค่าเฉลี่ยเรขาคณิต G.M. = $\sqrt[N]{x_1 x_2 x_3 \ldots x_N}$

ในกรณีที่ x_i มีความถี่ f_i และ $\sum_{i=1}^{k} f_i =$ N

$$\text{G.M.} = \sqrt[N]{x_1^{f_1} x_2^{f_2} x_3^{f_3} \ldots x_k^{f_k}}$$

เนื่องจากการหาค่า G.M. ต้องมีการคำนวณหากรณฑ์ที่ N ของจำนวน ซึ่งทำให้การใช้สูตรดังกล่าวข้างต้นไม่สะดวก ในกรณีที่ข้อมูลมีค่ามากๆ และต้องใช้เครื่องคิดเลขในการคำนวณ ดังนั้น เพื่อความสะดวกจึงใช้ลอการิทึมช่วย โดยจะได้ใช้สูตรในการหาค่า G.M. ดังนี้

สำหรับข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ $\log G.M. = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \log x_i$

สำหรับข้อมูลที่แจกแจงความถี่แล้ว $\log G.M. = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} f_i \log x_i$

เมื่อ x_i แทนจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่ i

f_i แทนความถี่ของข้อมูลอันตรภาคชั้นที่ i

k แทนจำนวนอันตรภาคชั้น

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าเฉลี่ยเรขาคณิตของ 7.96, 13.82, 22.95, 35.34, 36.54, 32.23, 30.65, 33.46, 31.21, 35.83, 32.16, 33.87, 30.82, 34.26, 35.82

วิธีทำ

log 7.96	=	0.9009	log 13.82	=	1.1405
log 22.95	=	1.3608	log 35.34	=	1.5483
log 36.54	=	1.5628	log 32.23	=	1.5083
log 30.65	=	1.4864	log 33.46	=	1.5245
log 31.21	=	1.4943	log 35.83	=	1.5543
log 32.16	=	1.5073	log 33.87	=	1.5298
log 30.82	=	1.4895	log 34.26	=	1.5348
log 35.82	=	1.5541			

$$\log \text{G.M.} = \frac{1}{15}\sum_{i=1}^{15} \log x_i = \frac{21.6966}{15} = 1.44644$$

$$\text{G.M.} \approx 27.95$$

ดังนั้น ค่าเฉลี่ยเรขาคณิตของข้อมูลชุดนี้ คือ 27.95

ค่าเฉลี่ยฮาร์มอนิก

ถ้า $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_N$ เป็นข้อมูล N จำนวน ซึ่งเป็นจำนวนบวกทุกจำนวน

ค่าเฉลี่ยฮาร์มอนิก H.M. $= \dfrac{1}{\frac{1}{N}\left\{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\ldots+\frac{1}{x_N}\right\}} = \dfrac{N}{\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{x_i}}$

ในกรณีที่ x_i มีความถี่ f_i และ $\sum_{i=1}^{k} f_i = N$

$$\text{H.M.} = \frac{1}{\frac{1}{N}\left\{f_1\frac{1}{x_1}+f_2\frac{1}{x_2}+\ldots+f_n\frac{1}{x_N}\right\}} = \frac{N}{\sum_{i=1}^{N}\frac{f_i}{x_i}}$$

เมื่อ k แทนจำนวนอันตรภาคชั้น

x_i แทนจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่ i

ค่าเฉลี่ยฮาร์มอนิกมีประโยชน์ในการหาค่าเฉลี่ย ของข้อมูลที่เป็นอัตราส่วน เช่น ระยะทางต่อชั่วโมง จำนวนหน่วยต่อ 1 บาท ราคาสินค้าต่อหนึ่งโหล ฯลฯ

ตัวอย่างที่ 2 ในโรงงานแห่งหนึ่ง นาย ก ทำงานหนึ่งหน่วยแล้วเสร็จในเวลา 4 นาที นาย ข นาย ค นาย ง และ นาย จ ทำงานหน่วยเดียวกันนี้เสร็จในเวลา 5, 6, 10 และ 12 นาทีตามลำดับ จงหาค่าเฉลี่ยของอัตราการทำงานของคนทั้งห้านี้ และจงหาว่าใน 6 ชั่วโมง ทั้งห้าคนนี้จะทำงานได้รวมทั้งสิ้นกี่หน่วย

วิธีทำ ข้อมูลชุดนี้กำหนดให้ในรูปเวลาที่ใช้ต่องานหนึ่งหน่วย คือ 4, 5, 6, 10 12 นาที

นั่นคือ นาย ก ทำงาน 1 นาที ได้งาน $\frac{1}{4}$ หน่วย

นาย ข ทำงาน 1 นาที ได้งาน $\frac{1}{5}$ หน่วย

นาย ค ทำงาน 1 นาที ได้งาน $\frac{1}{6}$ หน่วย

นาย ง ทำงาน 1 นาที ได้งาน $\frac{1}{10}$ หน่วย

นาย จ ทำงาน 1 นาที ได้งาน $\frac{1}{12}$ หน่วย

ถ้าเราต้องการพิจารณาผลงานเฉลี่ยต่อหนึ่งหน่วยเวลา ค่าเฉลี่ยที่เหมาะสมคือ ค่าเฉลี่ยฮาร์มอนิก

$$\text{H.M.} = \frac{N}{\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{x_i}} = \frac{5}{\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+\frac{1}{12}} = 6\frac{1}{4}$$

ดังนั้น ค่าเฉลี่ยของอัตราการทำงานของทั้งห้าคนนี้คือ $6\frac{1}{4}$ นาที ต่องานหนึ่งหน่วย และใน 360 นาที คนทั้งห้าคนนี้จะทำงานได้ $5\times\dfrac{360}{6\frac{1}{4}} = 288$ หน่วย
