

ใบความรู้ที่ 2

เรื่อง การวัดค่ากลางของข้อมูล (มัธยฐาน)

มัธยฐาน คือ ค่าที่มีตำแหน่งอยู่กึ่งกลางของข้อมูลทั้งหมด โดยเรียงลำดับข้อมูลจากค่าน้อยที่สุดไปหาค่ามากที่สุด หรือจากค่าที่มากที่สุดไปหาค่าน้อยที่สุด นั่นคือ มัธยฐาน เป็นค่าที่แสดงให้ทราบว่า มีจำนวนข้อมูลที่มากกว่าและน้อยกว่าค่ามัธยฐานอยู่เท่าๆ กัน นั่นคือ มัธยฐานเป็นค่าที่แบ่งข้อมูลที่เรียงลำดับแล้วออกเป็น 2 ส่วน โดยมีข้อมูลจำนวนที่มากกว่าและน้อยกว่าค่ามัธยฐานร้อยละ 50 ค่ามัธยฐานอาจเป็นค่าใดค่าหนึ่งของข้อมูล ซึ่งเป็นค่าจากการสังเกตหรืออาจเป็นค่าที่คำนวณขึ้นใหม่ที่ไม่ตรงกับค่าของข้อมูลในชุดนั้นๆ

จุดเด่นของการใช้ค่ามัธยฐาน คือ ค่ามัธยฐานเป็นค่าเหมาะสมที่จะนำมาใช้เป็นค่ากลางของข้อมูล เมื่อข้อมูลนั้นๆ มีค่าใดค่าหนึ่งหรือหลายค่า ซึ่งสูงหรือต่ำกว่าค่าอื่นๆมาก หรือต้องการทราบว่าค่าที่เป็นไปได้ค่าใดของข้อมูลนั้นๆ มีจำนวนค่าสังเกตที่มากกว่าและน้อยกว่าค่านี้อยู่ประมาณเท่ากัน

การหามัธยฐานของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่ มีลำดับขั้นตอนดังนี้

1. เรียงข้อมูลจากน้อยไปหาค่ามาก
2. หาดำแหน่งของมัธยฐาน ถ้าข้อมูลมีทั้งหมด N ค่าจะได้ว่าตำแหน่งของมัธยฐาน = $\frac{N + 1}{2}$
3. ถ้า N เป็นจำนวนคี่ มัธยฐานจะเท่ากับค่าในข้อมูลที่อยู่ในตำแหน่ง $\frac{N + 1}{2}$
4. ถ้า N เป็นจำนวนคู่ มัธยฐานจะเท่ากับค่าเฉลี่ยของค่าในข้อมูลที่อยู่ในตำแหน่ง $\frac{N}{2}$ และ $\frac{N}{2} + 1$

ตัวอย่างที่ 1 จงหามัธยฐานของข้อมูล 2,6,4,8,12,10,14

วิธีทำ เรียงข้อมูลจากค่าน้อยไปหาค่ามากจะได้ 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14

$$\text{ตำแหน่งของมัธยฐาน} = \frac{N + 1}{2} = \frac{7 + 1}{2} = 4$$

$$\text{ดังนั้น มัธยฐาน} = \text{ค่าที่อยู่ในตำแหน่งที่ } 4 = 8$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่ามัธยฐานจากข้อมูล 1, 7, 5, 11, 13, 15, 17

วิธีทำ เรียงข้อมูลจากค่าน้อยไปหาค่ามาก จะได้ 1, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17

$$\text{ตำแหน่งของมัธยฐาน} = \frac{N + 1}{2} = \frac{8 + 1}{2} = 4.5$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น มัธยฐาน} &= \text{ค่าเฉลี่ยของค่าในข้อมูลตำแหน่งที่ } 4 \text{ และที่ } 5 \\ &= \frac{9 + 11}{2} = 10 \end{aligned}$$

การหามัธยฐานของข้อมูลที่แจกแจงความถี่แล้ว

สำหรับข้อมูลที่แจกแจงความถี่แล้ว การหามัธยฐานในกรณีนี้ จะให้ค่าโดยประมาณ เนื่องจากเราไม่สามารถนำข้อมูลมาเรียงกันได้ แต่ทราบว่าในแต่ละอันตรภาคชั้น มีข้อมูลอยู่จำนวนเท่าใด (ความถี่) ก่อนอื่นจึงต้องหาว่ามัธยฐานตกอยู่ในอันตรภาคชั้นใด โดยพิจารณาจากความถี่สะสม แล้วหาค่าโดยประมาณของมัธยฐานจากอันตรภาคชั้นนั้น ถ้าข้อมูลชุดที่พิจารณามีผลรวมของความถี่เป็น N มัธยฐาน คือ ค่าที่แสดงให้ทราบว่า มีจำนวนข้อมูลอยู่ต่ำกว่าค่านี้อยู่ $\frac{N}{2}$ จำนวน และมีจำนวนข้อมูลอยู่สูงกว่าค่านี้อยู่ $\frac{N}{2}$ จำนวน

สูตรการหามัธยฐานของข้อมูลที่แจกแจงความถี่

$$\text{มัธยฐาน} = L + \left(\frac{\frac{N}{2} - \sum f_L}{f_M} \right) I \quad \text{หรือ} \quad \text{มัธยฐาน} = U - \left(\frac{\sum f_U - \frac{N}{2}}{f_M} \right) I$$

เมื่อ L และ U เป็นขอบล่างและขอบบนของอันตรภาคชั้นที่มีมัธยฐานอยู่

$$N = \sum_{i=1}^k f_i \quad \text{เป็นผลรวมของความถี่ทั้งหมด}$$

$$\sum f_L \quad \text{แทนผลรวมของความถี่ของทุกอันตรภาคชั้นที่เป็นช่วงคะแนนต่ำกว่าชั้นที่มีมัธยฐานอยู่}$$

$$\sum f_U \quad \text{แทนผลรวมของความถี่ของอันตรภาคชั้นที่มีมัธยฐานอยู่และทุกชั้นที่เป็นช่วงคะแนนต่ำกว่า}$$

$$f_M \quad \text{แทนความถี่ของชั้นที่มีมัธยฐานอยู่}$$

$$I \quad \text{แทนความกว้างของอันตรภาคชั้นที่มีมัธยฐานอยู่}$$

ขอบบน (Upper boundary) คือ ค่ากึ่งกลางระหว่างค่าที่มากที่สุด ในอันตรภาคชั้นนั้น กับค่าที่น้อยที่สุดของอันตรภาคชั้นถัดไปชั้นหนึ่ง ถ้าเป็นขอบบนของช่วงคะแนนสูงสุด ให้ถือเสมือนว่ามีอันตรภาคชั้นที่สูงกว่าชั้นนั้นอีกหนึ่งชั้น

ขอบล่าง (Lower boundary) คือ ค่ากึ่งกลางระหว่างค่าที่มากที่สุด ในอันตรภาคชั้นก่อนหน้านั้นหนึ่งชั้นกับค่าที่น้อยที่สุดของอันตรภาคชั้นนั้น ถ้าเป็นขอบล่างของช่วงคะแนนต่ำสุด ให้ถือเสมือนว่ามีอันตรภาคชั้นที่ต่ำกว่าชั้นนั้นอีกหนึ่งชั้น

ทั้งนี้ ปัจจุบันวิธีนี้ ไม่นิยมใช้แล้ว เนื่องจากเรามีข้อมูลดิบทุกหน่วยและมีเครื่องคอมพิวเตอร์ จึงควรหามัธยฐานด้วยวิธีโดยตรงที่ไม่แจกแจงความถี่ อย่างไรก็ตามในระดับพื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษา ควรทราบสูตรที่ใช้ในกรณีนี้ ซึ่งควรใช้เฉพาะกรณีที่ไม่มีโอกาสทราบข้อมูลดิบทุกหน่วย และข้อมูลที่มีอยู่ก็เป็นข้อมูลที่แจกแจงความถี่ไว้แล้ว หรือเป็นข้อมูลที่นำเสนอหรือสรุปในรูปค่าของการแจกแจงความถี่

การหามัธยฐาน โดยใช้กราฟ

1. เขียนโค้งความถี่สะสม
2. หาค่าแห่ง $\frac{N}{2}$ บนแกนของความถี่สะสม (แกนตั้ง)
3. จากตำแหน่งในข้อ 2 ลากเส้นตรงให้ขนานกับแกนนอนให้เส้นตรงตัดกับเส้นโค้งความถี่สะสมที่จุด P
4. จากจุด P ลากเส้นตรงให้ตั้งฉากกับแกนนอนและตัดแกนนอนที่จุด R จะได้มัธยฐานคือ ค่าที่ตำแหน่งจุด R

สมบัติของมัธยฐาน

1. ผลบวกของค่าสัมบูรณ์ของผลต่างระหว่างข้อมูลแต่ละค่ากับค่าคงตัวจะมีค่าน้อยที่สุด ก็ต่อเมื่อค่าคงตัวนั้นเท่ากับมัธยฐาน

นั่นคือ ถ้า x แทนข้อมูลแต่ละตัว และ a แทนค่าคงตัว

$$\sum |x - a| \text{ จะมีค่าน้อยที่สุด ก็ต่อเมื่อ } a = \text{Med หรือ } \sum |x - \text{Med}| \leq \sum |z - a|$$

2. การเปลี่ยนแปลงค่าอื่นที่ไม่ได้อยู่ในตำแหน่งกึ่งกลางของข้อมูลไม่มีผลทำให้มัธยฐานเปลี่ยนแปลงไป

3. ข้อมูลที่แจกแจงความถี่และอันดับภาคชั้นแรกหรือชั้นสุดท้ายเป็นอันดับภาคชั้นเปิดหรือแม้กระทั่งอันดับภาคชั้นในข้อมูลมีความกว้างไม่เท่ากัน จะยังคงสามารถหามัธยฐานได้
-